Mes métaplans des leçons

Leçons d'analyse et de probabilités

201. Espaces de fonctions. Exemples et applications.

✎ *[AM20 ; BMP05 ; Bré83 ; FGN01 ; Gol20 ; Gou08 ; QZ20 ; Rud98]*

1 Des espaces de fonctions continues
 1.1 Continuité, uniforme continuité et modes de convergence
 1.2 Les fonctions continues sur un compact
 1.3 De la compacité dans les espaces de fonctions continues
2 Les espaces de Lebesgue
 2.1 Des grands espaces vectoriels normés
 2.2 Le cas hilbertien
3 Vers plus de régularité
 3.1 Les fonctions continûment dérivables et infiniment dérivables
 3.2 L'espace de Schartz et la transformée de Fourier
 3.3 Les fonctions holomorphes
4 Des fonctions aux distributions
 4.1 Notion de distribution
 4.2 Les espaces de Sobolov et leurs applications

❀ Théorème de Weierstrass par les polynômes de Bernstein [QZ20]
❀ Sous-espace engendré par les translatés d'une fonction [FGN01]

203. Utilisation de la notion de compacité.

✎ *[BMP05 ; Bré83 ; Cia82 ; QZ20 ; AM20]*

1 Premières résultats
 1.1 Espaces compacts
 1.2 Compacité dans les espaces vectoriels normés
 1.3 Une application de la compacité dans les espaces de matrices
2 Compacité et fonctions continues
 2.1 Fonctions continues ou dérivables sur un espace compact
 2.2 Optimisation des fonctions continues sur des espaces compacts
 2.3 Compacité faible et optimisation dans les espaces de Hilbert
3 Compacité dans les espaces de fonctions : le théorème d'Ascoli
 3.1 Le théorème d'Ascoli
 3.2 Applications en analyse complexe et pour les équations différentielles

❀ Théorème de Cauchy homotopique et les logarithmes complexes [Tau06]
❀ Optimisation dans un espace de Hilbert [Cia82]

204. Connexité. Exemples et applications.

✎ *[AM20 ; Que16 ; QZ20 ; Zav13]*

1 Connexité et connexité par arcs
 1.1 Espaces connexes et premières propriétés
 1.2 Chemins et connexité par arcs
 1.3 Composantes connexes
2 La connexité en analyse réelle et complexe
 2.1 Le cas de la droite réelle
 2.2 Passage du local au global
 2.3 En analyse complexe
3 Connexité dans les espaces de matrices
 3.1 Quelques groupes topologiques de matrices
 3.2 Application de la connexité à la surjectivité de l'exponentielle

❀ Connexité des valeurs d'adhérence [IP17]
❀ Surjectivité de l'exponentielle matricielle complexe [Zav13]

205. Espaces complets. Exemples et applications.

✎ *[BMP05 ; Bré83 ; Cia82 ; QZ20]*

1 Suites de Cauchy et complétude
 1.1 Suites de Cauchy
 1.2 Espaces complets
 1.3 Le théorème de Baire et ses premières conséquences
2 Les espaces de Banach
 2.1 Généralité et premiers exemples
 2.2 Analyse fonctionnelle dans les espaces de Banach
 2.3 L'archétype : les espaces de Lebesgue
3 Les espaces de Hilbert
 3.1 Produit scalaire, complétude et théorème de projection
 3.2 Compacité faible et optimisation
 3.3 L'espace des fonctions de carré intégrable

❀ Théorème de prolongement de Tietze [QZ20]
❀ Optimisation dans un espace de Hilbert [Cia82]

207. Prolongement de fonctions. Exemples et application.

✎ *[AM20 ; Bré83 ; Gou09 ; QZ20]*

1 Prolongement par continuité
 1.1 Résultats principaux
 1.2 Application aux équations différentielles
2 Prolongement dans les espaces fonctionnels
 2.1 Applications uniformément continues
 2.2 Prolongement de la transformée de Fourier
 2.3 Théorème de Hahn-Banach
3 Holomorphie
 3.1 Prolongement holomorphe
 3.2 Singularités effaçables et fonctions méromorphes
4 Résolution d'équations aux dérivées partielles
 4.1 Espace de Sobolev
 4.2 Un problème de Dirichlet simple

❀ Théorème de prolongement de Tietze [QZ20]
❀ Prolongement de la fonction gamma d'Euler en une fonction méromorphe sur le plan complexe [QZ20]

208. Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

✎ *[BMP05 ; Bré83 ; Gou08 ; Hau07 ; IP17 ; QZ20]*

1 Espaces vectoriels normés
 1.1 Normes et topologie
 1.2 Compacité et équivalences des normes
2 Applications linéaires continues
 2.1 Définitions, caractérisations et exemples
 2.2 Le cas des formes linéaires : le théorème de Hahn-Banach
3 Des espaces particuliers
 3.1 Les espaces de Banach
 3.2 Les espaces de Hilbert

❀ Enveloppe convexe du groupe orthogonal [IP17]
❀ Théorème de prolongement de Tietze [QZ20]

209. Approximation de fonctions par des fonctions régulières. Exemples et applications.

✎ *[BP12 ; Dem06 ; Gou08 ; QZ20]*

1 Approximation par des polynômes
 1.1 Approximation locale
 1.2 Densité des polynômes dans les fonctions continues
 1.3 Interpolation polynomiale
 1.4 Les polynômes orthogonaux
2 Convolution, approximation et régularisation
 2.1 Produit de convolution
 2.2 Approximation de l'unité et régularisation
 2.3 Applications : théorèmes de densité
3 Approximation des fonctions périodiques
 3.1 Les coefficients de Fourier
 3.2 Noyaux de Fejér et de Dirichlet
 3.3 Théorèmes de Fejér et de Dirichlet

❀ Théorème de Weierstrass par les polynômes de Bernstein [QZ20]
❀ Densité des polynômes orthogonaux [BMP05]

213. Espaces de Hilbert. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.

✎ *[BMP05 ; HL09 ; Cia82 ; BMP05]*

1 Espaces de Hilbert et théorème de projection
  1.1 Espaces de Hilbert
  1.2 Théorème de projections et conséquence
2 Bases hilbertiennes
  2.1 Des bases orthonormées totales
  2.2 Propriété des bases hilbertiennes, théorème de Bessel-Parseval
  2.3 Application : les polynômes orthogonaux et les séries de Fourier
3 Dualité dans les espaces de Hilbert
  3.1 Adjoint d'un opérateur
  3.2 Convergence faible et application

❀ Densité des polynômes orthogonaux [BMP05]
❀ Optimisation dans un espace de Hilbert [Cia82]

214. Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications en analyse et en géométrie.

✎ *[BMP05 ; Gou09 ; Hau07 ; Rou15 ; Zav13]*

1 Le théorème d'inversion locale
  1.1 Rappels sur les difféomorphismes
  1.2 Le théorème et ses variantes
  1.3 Deux applications du théorème
2 Le théorème des fonctions implicites
  2.1 Le théorème
  2.2 Quelques applications
3 Introduction à la géométrie différentielle
  3.1 Notions de sous-variété et formulations équivalentes
  3.2 L'espace tangent
  3.3 Le théorème des extremas liés

❀ Lemme de Morse [Rou15]
❀ Surjectivité de l'exponentielle matricielle [Zav13]

215. Applications différentiables définies sur un ouvert de $\mathbf{R}^n$. Exemples et applications.

✎ *[BMP05 ; Gou09 ; Rou15]*

1 Différentielles et dérivées partielles
  1.1 Fonctions différentiables
  1.2 Exemples fondamentaux
  1.3 Dérivées partielles, dérivées directionnelles et matrice jacobienne
  1.4 Inégalité des accroissements finis et applications
2 Les théorèmes d'inversion locale et des fonctions implicites
  2.1 Les difféomorphismes
  2.2 Le théorème d'inversion locale
  2.3 Le théorème des fonctions implicites
3 Différentielle et optimisation
  3.1 La différentielle seconde
  3.2 Application à l'optimisation

❀ Lemme de Morse [Rou15]
❀ Point de Fermat [Rou15]

219. Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

✎ *[BMP05 ; Bré83 ; Cia82 ; Gou08 ; Rou15]*

1 Étude globale : critère d'existence et d'unicité
  1.1 Utilisation de la compacité
  1.2 Utilisation de la convexité
  1.3 Résultats en analyse hilbertienne
  1.4 Holomorphe et principe du maximum
2 Étude locale : critère d'existence par le calcul différentiel
  2.1 Condition du premier ordre
  2.2 Condition du second ordre
  2.3 Extrema liés
3 Algorithmes de recherche
  3.1 Méthodes de gradient
  3.2 Méthode de Newton

❀ Optimisation dans un espace de Hilbert [Cia82]
❀ Point de Fermat [Rou15]

220. Équations différentielles ordinaires. Exemples de résolution et d'étude de solutions en dimension 1 et 2.

✎ *[QZ20 ; Ber17 ; Dem06 ; FGN12]*

1 Théorie des équations différentielles
  1.1 Premières définitions et formulations intégrales
  1.2 Solutions maximales et globales
  1.3 Théorème d'existence et d'unicité
  1.4 Recherche des solutions globales
2 Méthode de résolutions
  2.1 Le cas linéaires
  2.2 Systèmes différentiels à coefficients constants
3 Étude numérique et qualitative
  3.1 Une méthode numérique
  3.2 Intégrales premières et étude qualitative d'un système

❀ Équation de Bessel [FGN12]
❀ Système de Lotka-Volterra [FGN12]

221. Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

✎ *[Ber17 ; Dem06 ; FGN12 ; FGN01 ; Gou08]*

1 La théorie des équations différentielles linéaires
  1.1 Les équations différentielles linéaires
  1.2 Théorème d'existence et d'unicité, structure des solutions
  1.3 Matrice fondamentale et wronskien
2 Résolutions des systèmes différentielles linéaires
  2.1 Les systèmes homogènes à coefficients constants
  2.2 Les systèmes homogènes généraux
  2.3 Recherche de solution particulière
3 Étude qualitative
  3.1 Stabilité des solutions
  3.2 Le cas de la dimension deux

❀ Sous-espace engendré par les translatés d'une fonction [FGN01]
❀ Équation de Bessel [FGN12]

222. Exemples d'étude d'équations différentielles linéaires et d'équations aux dérivées partielles linéaires.

✎ *[Ber17 ; FGN12 ; Can09]*

1 Étude de quelques équations différentielles linéaires
  1.1 Le théorème de Cauchy-Lipschitz et ses applications
  1.2 Les équations linéaires classiques et la méthode de la variation de la constante
2 Outils pour l'étude des équations aux dérivées partielles
  2.1 La méthode des caractéristiques et l'équation de transport
  2.2 Les séries et la transformée de Fourier
3 Des outils d'analyse fonctionnelle
  3.1 Les espaces de Sobolev
  3.2 Le théorème de Lax-Milgram

❀ Équation de Bessel [FGN12]
❀ Résolution de l'équation de la chaleur sur le disque [Can09]

223. Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.

✎ *[Gou08 ; Rou15 ; El 11]*

1 Des outils simples concernant la convergence
  1.1 Limite d'une suite
  1.2 Comportements asymptotiques
  1.3 Suite de Cauchy
2 Des notions plus avancées pour étudier les suites
  2.1 Valeurs d'adhérence
  2.2 Limites supérieure et inférieure
  2.3 La convergence au sens de Cesàro
3 Les suites numérique récurrentes
  3.1 Les suites récurrentes d'ordre 1
  3.2 Études des suites récurrentes linéaires d'ordre 2

❀ Équivalent de Stirling [Gou08]
❀ Connexité de l'ensemble des valeurs d'adhérence [IP17 ; Gou08]

226. Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples. Applications à la résolution approchée d'équations.

✎ *[CG17 ; Cia82 ; Dem06 ; Gou08 ; Gou09 ; Rom19b]*

1 La suites récurrentes : définitions et études
  1.1 Définition et premiers exemples dans le cas réel
  1.2 Monotonie dans le cas réel
  1.3 Le cas vectoriel
2 Autour des points fixes
  2.1 Le théorème du point fixe de Banach et ses conséquences
  2.2 Points fixes attractifs et répulsifs dans le cas réel
  2.3 La méthode de Newton
3 Application à l'algèbre linéaire
  3.1 Pour l'approximation spectrale
  3.2 Pour la décomposition de Dunford

❀ Suite convergente de polygones [Gou09]
❀ Méthode QR [Cia82]

228. Continuité, dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications.

✎ *[FGN12 ; Gou08 ; Rom19b ; Rou15]*

1 Les débuts de la régularité : la continuité
  1.1 Fonctions continues
  1.2 Le théorème des valeurs intermédiaires
  1.3 L'uniforme continuité
  1.4 Continuité pour les suites de fonctions et les intégrales à paramètres
2 Un peu plus de régularité : la dérivabilité
  2.1 Fonctions dérivables et lien avec la monotonie
  2.2 Régularité supérieure et équations différentielles
  2.3 Théorèmes généraux sur les fonctions dérivables
  2.4 Application à la recherche d'extrema

❀ Densité des fonctions continues partout et dérivables nulle part [Gou08]
❀ Système de Lotka-Volterra [FGN12]

229. Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

✎ *[BMP05 ; Cia82 ; Gou08 ; Rom19b ; Rou15]*

1 Les fonctions monotones
  1.1 Croissance et décroissante
  1.2 Suites de fonctions monotones, points fixes et suites récurrentes
  1.3 Régularité et dérivabilité des fonctions monotones
2 Les fonctions convexes
  2.1 Fonctions convexes sur un espace vectoriel
  2.2 Le cas de la variable réelle
  2.3 Le cas général et la caractérisation avec le calcul différentielle
3 Utilisation des fonctions convexes
  3.1 Inégalités de convexité
  3.2 Fonctions convexes et optimisations

❀ Système de Lotka-Volterra [FGN12]
❀ Optimisation dans un espace de Hilbert [Cia82]

230. Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

✎ *[Gou08 ; El 11]*

1 Convergence des séries numériques
  1.1 Convergence, somme, sommes partielles et restes d'une série
  1.2 La complétude s'en mêle : la convergence absolue et ses conséquences
  1.3 Le produit de Cauchy
2 Le cas des séries à termes positifs
  2.1 Comparaison grossière
  2.2 Comparaisons asymptotiques des séries, des sommes partielles et des restes
  2.3 La comparaison série intégrale
3 Le cas général
  3.1 Les séries semi-convergentes et les séries alternées
  3.2 La transformation d'Abel
  3.3 Applications aux séries entières

❀ Équivalent de Stirling [Gou08]
❀ Théorème d'Abel angulaire et théorème taubérien faible [Gou08]

234. Fonctions et espaces de fonctions Lebesgue-intégrables.

✎ *[BMP05 ; BP12]*

1 Intégration des fonctions mesurables
  1.1 Fonctions mesurables et étagées
  1.2 Intégrale d'une fonction mesurable ou intégrable
  1.3 Lien avec l'intégrale de Riemann
2 Théorèmes généraux de la théorie de l'intégration
  2.1 Lemme de Fatou et théorèmes de convergence dominée
  2.2 Changements de variables
  2.3 Applications aux séries et aux intégrales à paramètre
3 Les espaces de Lebesgue
  3.1 Définitions et premières propriétés
  3.2 Des espaces vectoriels normés complets
  3.3 Des résultats de densité

❀ Polynômes orthogonaux [BMP05]
❀ Théorème de Riesz-Fischer [BP12]

235. Problèmes d'interversion de limites et d'intégrales.

✎ *[BP12 ; Can09 ; Gou08]*

1 Limites, suites et intégrales : premières interversions
  1.1 Convergence uniforme et interversions
  1.2 Problèmes sur les séries de fonctions
  1.3 Le cas des séries entières
2 Théorèmes de la théorie de la mesure : interversions limites et intégrales
  2.1 Suites de fonctions et intégration
  2.2 Les intégrales à paramètres
  2.3 Interversion d'intégrales
3 Applications à l'analyse de Fourier
  3.1 Transformée de Fourier
  3.2 Séries de Fourier

❀ Prolongement de la fonction gamma d'Euler en une fonction méromorphe sur le plan complexe [QZ20]
❀ Résolution de l'équation de la chaleur sur le disque [Can09]

236. Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables.

✎ *[AM20 ; BP12 ; Gou09 ; Gou08 ; QZ20 ; Tau06]*

1 Méthodes élémentaires pour des fonctions de la variable réelle
  1.1 Primitives, décomposition en éléments simples et intégration
  1.2 Intégration par parties et changement de variables
  1.3 Méthodes de calcul approché
2 Des outils plus performants
  2.1 Changements de variables généralisé
  2.2 Méthode d'interversion
3 Des outils analytiques
  3.1 L'apport de l'analyse complexe : le théorème des résidus
  3.2 La formule d'inversion de Fourier
  3.3 Intégrale à paramètre : l'exemple de la fonction gamma d'Euler

❀ Densité des polynômes orthogonaux [BMP05]
❀ Prolongement de la fonction gamma d'Euler en une fonction méromorphe sur le plan complexe [QZ20]

239. Fonctions définies par une intégration dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

✎ *[QZ20 ; BMP05 ; BP12 ; Tau06 ; Rud98 ; Can09]*

1 Régularité des intégrales à paramètre
  1.1 Continuité
  1.2 Encore plus de régularité
  1.3 Holomorphie
2 Produit de convolution et régularisation

2.1 Le produit de convolution
2.2 Identité approchée et théorème de densité
3 Transformation de Fourier et application
3.1 La transformée de Fourier
3.2 La formule d'inversion de Fourier et une application
3.3 Deux applications : la formule sommatoire de Poison et la résolution de l'équation de la chaleur

❀ Prolongement de la fonction gamma d'Euler en une fonction méromorphe sur le plan complexe [QZ20]
❀ Densité des polynômes orthogonaux [BMP05]

241. Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.

✎ *[BP12 ; Gou09 ; QZ20]*

1 Modes de convergence d'une suite de fonctions
1.1 Les différents modes de convergence
1.2 Régularité des limites
1.3 Intégrabilité des limites et interversion des signes limite et intégral
1.4 Convergence dans les espaces de Lebesgue
2 Séries de fonctions
2.1 Modes de convergences
2.2 Théorèmes de régularité
2.3 Les séries entières
3 Application en analyse complexe
3.1 Analyticité des fonctions holomorphes et conséquences
3.2 Suites et produits de fonctions holomorphes

❀ Théorème de Weierstrass par les polynômes de Bernstein [QZ20]
❀ Prolongement de la fonction gamma d'Euler en une fonction méromorphe sur le plan complexe [QZ20]

243. Séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

✎ *[BMP05 ; El 11 ; Gou09]*

1 Convergence des séries entières
1.1 Séries entières et rayon de convergence
1.2 Calcul et comparaison des rayons de convergence
1.3 Comportant au bord du disque de convergence
2 Régularité de la somme
2.1 Continuité, intégration et dérivation
2.2 Développements en série entière dans le cas réel
2.3 Analyticité et holomorphie
3 Un outil pour l'analyse et les probabilités
3.1 Séries entières et équations différentielles linéaires
3.2 La série génératrice d'une variable aléatoire discrète

❀ Théorème d'Abel angulaire et théorème taubérien faible [Gou08]
❀ Équation de Besel [FGN12]

245. Fonctions d'une variable complexe. Exemples et applications.

✎ *[AM20 ; BMP05 ; Tau06]*

1 Holomorphie et analyticité
1.1 Dérivabilité complexe et holomorphie
1.2 Séries entières
1.3 Fonctions analytiques
2 La théorie de Cauchy
2.1 Intégrale curviligne
2.2 Le théorème de Cauchy sur un convexe
2.3 Conséquences générales
3 Topologie du plan complexe et des fonctions holomorphes
3.1 L'ensemble des fonctions holomorphes
3.2 Biholomorphie et théorème de la représentation conforme de Riemann

❀ Prolongement de la fonction gamma d'Euler en une fonction méromorphe sur le plan complexe [QZ20]
❀ Théorème de Cauchy homotopique et les logarithmes complexes [Tau06]

246. Séries de Fourier. Exemples et applications.

✎ *[BMP05 ; Can09 ; FGN09 ; QZ20]*

1 Fonctions périodiques et séries de Fourier
1.1 Fonctions périodiques
1.2 Coefficients de Fourier
2 Théorèmes de convergence
2.1 Noyaux de Fejér et de Dirichlet
2.2 Théorèmes de Fejér et de Dirichlet
3 Quelques applications
3.1 Formule sommatoire de Poisson
3.2 Équation de la chaleur

❀ Formule sommatoire de Poisson et application à la fonction thêta de Jacobi [QZ20 ; FGN09]
❀ Résolution de l'équation de la chaleur sur le disque [Can09]

250. Transformation de Fourier. Applications.

✎ *[BMP05 ; QZ20 ; FGN09 ; Rud98 ; Gol20]*

1 Transformation des fonctions intégrables et de Schwartz
1.1 Définition et premières propriétés
1.2 La classe de Schwartz
1.3 La formule d'inversion de Fourier
1.4 Application : les polynômes orthogonaux
2 Extension de la transformation
2.1 Extension aux distributions tempérées
2.2 Extension aux fonctions de carré intégrable
3 Applications
3.1 La formule sommatoire de Poisson
3.2 L'équation de la chaleur

❀ Densité des polynômes orthogonaux [BMP05]
❀ Formule sommatoire de Poisson et application à la fonction thêta de Jacobi [QZ20 ; FGN09]

253. Utilisation de la notion de convexité en analyse.

✎ *[BMP05 ; Bré83 ; BP12 ; Gou08]*

1 Les fonctions convexes en analyse
1.1 Quelques rappels et régularité des fonctions convexes dans le cas réel
1.2 Fonctions convexes différentiables et optimisation sur un convexe
2 Quelques inégalités de convexité
2.1 Premières inégalités
2.2 Applications aux probabilités et aux espaces de Lebesgue
3 Résultats en analyse fonctionnelle
3.1 Le théorème de projection dans un espace de Hilbert
3.2 Le théorème de séparation d'Hahn-Banach

❀ Optimisation dans un espace de Hilbert [Cia82]
❀ Enveloppe convexe du groupe orthogonal [IP17]

262. Convergence d'une suite de variables aléatoires. Théorèmes limites. Exemples et applications.

✎ *[BL98 ; Ouv00 ; QZ20]*

1 Convergences presque sûre et en probabilité
1.1 Converge presque sûre
1.2 Convergence en probabilité
1.3 Une application : les lois faible et forte des grands nombres
2 Convergence dans les espaces de Lebesgue
2.1 Définition et uniforme intégrabilité
2.2 Lien avec les autres convergences
3 Convergence en loi
3.1 Convergences étroite et en loi
3.2 Le théorème central limite

❀ Théorème de Weierstrass par les polynômes de Bernstein [QZ20]
❀ Théorème de Lévy et application au théorème central limite [QZ20]

265. Exemples d'études et d'applications des fonctions usuelles et spéciales.

✎ *[AM20 ; QZ20 ; Rud98 ; Tau06]*

1 L'exponentielle complexe et les logarithmes
1.1 L'exponentielle : définition, première propriétés et caractérisation
1.2 Sa surjectivité et ses conséquences
1.3 Fonctions trigonométriques circulaires
1.4 Les logarithmes complexes
2 La fonction gamma d'Euler

2.1 La définition et l'équation fonctionnelle
2.2 Prolongement en une fonction méromorphe
2.3 La formule des compléments, deux caractérisations et leurs conséquences

❀ Prolongement de la fonction gamma d'Euler en une fonction méromorphe sur le plan complexe [QZ20]
❀ Théorème de Cauchy homotopique et les logarithmes complexes [Tau06]

267. Exemples d'utilisation de courbes en dimension 2 ou supérieures.

✎ *[AM20 ; Tau06 ; QZ20 ; FGN12]*

1 Notion de courbe
1.1 Chemins et lacets en topologie
1.2 Courbes de Jordan
1.3 Intégrer sur un courbe
1.4 Longueur d'une courbe
2 Utilisation des courbes en analyse complexe
2.1 Homotopie, indice d'un chemin
2.2 Existence des primitives et théorème de Cauchy
2.3 Conséquences : analyticité et théorème des résidus
3 Trajectoire des systèmes différentiels
3.1 Trajectoires et théorème de Cauchy-Lipschitz
3.2 Stabilité et étude d'un système

❀ Théorème de Cauchy homotopique et les logarithmes complexes [Tau06]
❀ Étude du système proie-prédateur de Lotka-Volterra [FGN12]

Leçons d'algèbre et de géométrie

101. Groupes opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

✎ *[Cal98 ; CG17 ; CG18 ; Per96 ; Rom21 ; Ulm21]*

1 Notion d'action de groupe
1.1 Action de groupe
1.2 Des actions particulières
1.3 Orbites, stabilisateurs et équation aux classes
2 Des actions classiques et leurs applications
2.1 L'action par translation
2.2 L'action par conjugaison
2.3 Les actions au service du dénombrement
3 Les actions de groupes en algèbre et géométrie
3.1 Classification en algèbre linéaire : actions sur des espaces de matrices
3.2 Les groupes d'isométries préservant un ensemble
3.3 Vers la théorie des représentations linéaires des groupes finis

❀ Cardinal du cône nilpotent [CG15]
❀ Isométries du cube [CG18]

102. Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

✎ *[Aud06 ; Bos+17 ; Gou09 ; Per96]*

1 Les nombres complexes de module 1
1.1 Structure de groupe
1.2 Fonctions exponentielle et trigonométriques
1.3 Mesure d'un angle orienté
2 Racines de l'unité et cyclotomie
2.1 Racines de l'unité
2.2 Les polynômes cyclotomiques et leurs applications
3 Application à l'algèbre
3.1 Matrices circulantes et valeurs propres
3.2 La transformée de Fourier rapide

❀ Irréductibilité des polynômes cyclotomiques [Per96]
❀ Suite convergente de polygones [IP17]

103. Conjugaison dans un groupe. Exemples de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.

✎ *[Cal98 ; Gou09 ; Per96]*

1 Conjugaison dans un sous-groupe
1.1 L'action par conjugaison
1.2 Exemples de classes de conjugaisons
2 Sous-groupes distingués et groupes quotients
2.1 Sous-groupes distingués
2.2 Groupes quotients
3 Groupes simples et p-groupes
3.1 Les groupes simples
3.2 Les p-groupes et les théorèmes de Sylow

❀ Théorème de Weddenburn [Per96]
❀ Simplicité du groupe alterné [Per96]

104. Groupes abéliens et non abéliens finis. Exemples et applications.

✎ *[Cal98 ; CG15 ; Per96 ; Ulm21]*

1 Ordre dans un groupe fini
1.1 Notion d'ordre
1.2 Action d'un groupe fini sur un ensemble fini
1.3 Les p-groupes et les théorèmes de Sylow
2 Les groupes abéliens finis
2.1 Cyclicité d'un groupe
2.2 Le théorème de structure des groupes abéliens finis
3 Des groupes non abéliens finis remarquables
3.1 Le groupe symétrique
3.2 Le groupe linéaire d'un espace vectoriel et ses sous-groupes
3.3 Les groupes d'isométries préservant un ensemble

❀ Simplicité du groupe alterné [Per96]
❀ Isométries du cube [CG17]

105. Groupes des permutations d'un ensemble fini. Applications.

✎ *[Per96 ; CG17]*

1 Définitions et premières propriétés
1.1 Le groupe symétrique
1.2 Théorème de structure et conjugaison de permutations
2 Le groupe alterné
2.1 Le morphisme signature
2.2 Structure du groupe alterné
3 Applications
3.1 Déterminant
3.2 Matrices de permutations
3.3 Les isométries du cube

❀ Simplicité du groupe alterné [Per96]
❀ Isométries du cube [CG17]

106. Groupe linéaire d'un espace vectoriel normé de dimension finie E, sous-groupes de $\mathrm{GL}(E)$. Applications.

✎ *[Aud06 ; CG17 ; CG18 ; Per96]*

1 Structures du groupe linéaire
1.1 Premières définitions
1.2 Générateurs du groupe linéaire
1.3 Dérivateurs, centre et groupes projectifs
2 Le cas réel ou complexe
2.1 Les groupes orthogonaux et unitaires
2.2 Sous-groupes d'isométries
2.3 Topologie du groupe linéaire
3 Exemples d'actions du groupe linéaire
3.1 Actions sur des espaces vectoriels
3.2 Actions par équivalences et par conjugaison sur les matrices
3.3 Applications à des problèmes de dénombrements

❀ Décomposition polaire [CG18]
❀ Dénombrement des matrices diagonalisables sur un corps fini [CG18]

108. Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

✎ *[Aud06 ; Cal98 ; Per96 ; Ulm21]*

1 Générateurs d'un groupe, premiers exemples

1.1 Parties génératrices et groupes libres
1.2 Groupes cycliques et de type fini
2 Le groupe symétrique
2.1 Générateurs du groupe symétrique
2.2 Le groupe alterné
3 Le groupe linéaire et ses sous-groupes
3.1 Générateurs des groupes linéaire et spécial linéaire
3.2 Les groupes d'isométries

❀ Simplicité du groupe alterné [Per96]
❀ Générateurs du groupe des isométries [Aud06]

120. Anneaux $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$. Applications.

✎ *[Cal98 ; FGN01 ; Gou09 ; Per96 ; CG17]*

1 Étude de sa structure
1.1 Structure de groupe
1.2 Structure d'anneau
2 Applications à l'arithmétique
2.1 Équations diophantiennes et théorème des restes chinois
2.2 Les carrés dans les corps finis
3 Polynômes irréductibles et réduction
3.1 Critère d'irréductibilité
3.2 Polynômes cyclotomiques

❀ Loi de réciprocité quadratique [CG17]
❀ Irréductibilité des polynômes cyclotomiques [Per96]

121. Nombres premiers. Applications.

✎ *[AM20 ; FGN01 ; Cal98 ; Gou09 ; Rom21 ; Ulm21]*

1 Généralité sur les nombres premiers
1.1 Les éléments premiers de l'anneau des entiers
1.2 Des fonctions arithmétiques
1.3 Recherche des nombres premiers, tests de primalité et non primalité
1.4 Répartition des nombres premiers
2 Théorie des corps finis
2.1 Caractéristique et sous-corps premier
2.2 Construction des corps finis
2.3 Les carrés dans les corps finis
3 Théorie des p-groupes
3.1 Les p-groupes
3.2 Les théorèmes de Sylow

❀ Théorème de Sophie Germain [FGN01]
❀ Loi de réciprocité quadratique [CG17]

122. Anneaux principaux. Applications.

✎ *[Gou09 ; FGN01 ; Per96]*

1 Arithmétique dans un anneau principal
1.1 Notion d'idéal et principalité
1.2 PGCD et PPCM
1.3 Les anneaux euclidiens
2 Résolution de problèmes arithmétiques
2.1 L'algorithme d'Euclide dans le cas euclidien
2.2 Les systèmes de congruences
2.3 Le théorème des deux carré
3 La principalité de l'anneau des polynômes sur un corps
3.1 Application à la théorie des corps
3.2 Application à l'algèbre linéaire

❀ Un exemple d'anneau principal non euclidien [Per96]
❀ Théorème de l'élément primitif [Gou09]

123. Corps finis. Applications.

✎ *[CG15 ; CG17 ; Gou09 ; Per96]*

1 Corps finis : sous-corps premiers et construction
1.1 Caractéristique et sous-corps premiers
1.2 Construction des corps finis et structure de leurs groupes de inversibles
2 Polynômes, algèbres linéaire et bilinéaire sur un corps fini
2.1 Polynômes irréductibles et cyclotomiques
2.2 Algèbre linéaire : critère de diagonalisabilité et dénombrement
2.3 Algèbre bilinéaire : classification des formes quadratiques
3 Les carrés d'un corps fini
3.1 Définitions et premières caractérisations
3.2 Le symbole de Legendre et la loi de réciprocité quadratique

❀ Dénombrement des matrices diagonalisables sur un corps fini [CG18]
❀ Loi de réciprocité quadratique [CG17]

125. Extensions de corps. Exemples et applications.

✎ *[Aud06 ; Cal06 ; Gou09 ; Per96]*

1 Généralités sur les extensions de corps
1.1 Sur-corps et notion de degré
1.2 Extensions algébriques
1.3 Clôture algébrique
2 Construction d'extensions par adjonction de racines
2.1 Corps de rupture et de décomposition
2.2 Construction des corps finis
3 Les extensions de corps en algèbre
3.1 Les polynômes cyclotomiques
3.2 Construction à la règle et au compas

❀ Théorème de l'élément primitif [Gou09]
❀ Irréductibilité des polynômes cyclotomiques [Per96]

126. Exemples d'équations en arithmétiques.

✎ *[BMP05 ; Bos+17 ; CG17 ; Duv07 ; Per96]*

1 Équations diophantiennes linéaires
1.1 Une seule équation linéaire
1.2 Les systèmes d'équations linéaires
2 Équations modulaires
2.1 Théorème des restes chinois et systèmes de congruences
2.2 Les carrés dans les corps finis
3 Méthode de résolution
3.1 Utilisation de la factorialité
3.2 Utilisation des anneaux d'entiers
3.3 Un exemple : la somme de deux carrés

❀ Loi de réciprocité quadratique [CG17]
❀ Théorème de Sophie Germain [FGN01]

141. Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

✎ *[Gou09 ; Per96 ; Rom21]*

1 Polynômes irréductibles
1.1 Irréductible dans l'anneau des polynômes
1.2 Critère d'irréductibilité
2 Autour des extensions de corps
2.1 Extensions de corps et irréductibilité
2.2 Algébricité
2.3 Corps de rupture et dé décomposition
3 Les corps finis et la cyclotomie
3.1 Construction des corps finis et polynômes irréductibles
3.2 Polynômes cyclotomiques

❀ Dénombrement des polynômes irréductibles sur un corps fini [Rom21]
❀ Irréductibilité des polynômes cyclotomiques [Per96]

142. PGCD et PPCM, algorithmes de calcul. Applications.

✎ *[BMP05 ; Bos+17 ; FGN01 ; Gou09 ; Per96 ; Sau99]*

1 PPCM et PPCM dans les anneaux factoriels et principaux
1.1 Notion de divisibilité et définition des PGCD et PPCM
1.2 Dans les anneaux factoriels
1.3 Dans les anneaux principaux : la relation de Bézout
2 Le bon point de vue effectif : les anneaux euclidiens
2.1 Stathme et anneaux euclidiens
2.2 L'algorithme d'Euclide classique
2.3 L'algorithme d'Euclide étendu et ses applications
3 Applications à l'arithmétique
3.1 Résolution d'équations diophantiennes
3.2 Interpolation et systèmes de congruences

❀ Théorème de l'élément primitif [Gou09]
❀ Théorème de Sophie Germain [FGN01]

144. Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications.

✎ *[Cia82 ; Gou09 ; Mig89 ; Per96]*

1 Racines d'un polynômes
  1.1 Racines et multiplicité
  1.2 Polynômes irréductibles et corps algébriquement clos
  1.3 Extension de corps
2 Polynômes symétriques
  2.1 Définitions et relations coefficients-racines
  2.2 Structure des polynômes symétriques
3 Recherche, comptage et localisation des racines
  3.1 Liens avec la réduction
  3.2 Localisation et comptages des racines dans le cas réel ou complexe

❀ Irréductibilité des polynômes cyclotomiques [Per96]
❀ Méthode QR [Cia82]

149. Valeurs propres, vecteurs propres. Calculs exacts ou approchés d'éléments propres. Applications.

✎ *[Cia82 ; Gou09 ; Rom21 ; Rom19a]*

1 Les éléments propres
  1.1 Valeurs propres et vecteurs propres
  1.2 Liens avec les polynômes d'endomorphismes
  1.3 Critère de diagonalisabilité ou de trigonalisabilité
2 Aspects topologiques
  2.1 Les normes matricielles
  2.2 Le rayon spectral
  2.3 Le conditionnement et le quotient de Rayleigh
3 Recherches approchées d'éléments propres
  3.1 Localisation des valeurs propres dans le cas complexe
  3.2 Recherche des valeurs propres

❀ Suite convergente de polygones [IP17]
❀ Méthode QR [Cia82]

150. Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.

✎ *[CG17 ; CG15 ; Gou09 ; Per96]*

1 Action par translation
  1.1 Définitions
  1.2 L'algorithme du pivot de Gauss
  1.3 Résultats de décomposition matricielle
2 Action par équivalence et par conjugaison
  2.1 L'action de Steinitz
  2.2 Action par conjugaison
  2.3 Les réductions de Frobenius et de Jordan
3 Action par congruence
  3.1 Action sur les matrices symétriques et formes quadratiques
  3.2 Action sur le groupe orthogonal

❀ Cardinal du cône nilpotent [CG15]
❀ Théorème de réduction de Frobenius [Gou09]

151. Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

✎ *[Aud06 ; Gri11 ; Gou09 ; FGN06]*

1 Notions de dimension
  1.1 Familles génératrices et libres
  1.2 Définition de la dimension
2 Applications linéaires en dimension finie
  2.1 Dimension et applications linéaires
  2.2 Propriété et calcul du rang
  2.3 Dualité
3 Applications à la théorie des corps
  3.1 Extension finie du corps
  3.2 Construction à la règle et au compas

❀ Dimension du commutant [FGN01]
❀ Théorème de réduction de Frobenius [Gou09]

152. Déterminant. Exemples et applications.

✎ *[BMP05 ; Gou09 ; Gou08]*

1 Formes multilinéaires et déterminant
  1.1 Les formes multilinéaires
  1.2 Le déterminant vu comme une forme multilinéaire
  1.3 La déterminant d'un endomorphisme ou d'une matrice
2 Méthodes de calcul et exemples
  2.1 Pivot de Gauss et matrices triangulaires par blocs
  2.2 Mineurs, développements et comatrices
  2.3 Applications de ces techniques
3 Le déterminant en pratique
  3.1 Résolution des systèmes linéaires carrés
  3.2 Applications à la réduction des matrices
  3.3 Interprétation géométrique et lien avec la théorie de la mesure

❀ Théorème de Frobenius-Zolotarev [BMP05]
❀ Suite convergente de polygones [IP17]

153. Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

✎ *[BMP05 ; CG18 ; FGN01 ; Gou09 ; Zav13]*

1 Polynômes d'endomorphisme
  1.1 Polynômes et lemmes des noyaux
  1.2 Le polynôme minimal
  1.3 Le polynôme caractéristique
2 Réduction des endomorphismes et polynômes
  2.1 Diagonalisation
  2.2 Trigonalisation et réduction simultanée
  2.3 La réduction de Frobenius
3 Du calcul pour les endomorphismes
  3.1 L'exponentielle matricielle
  3.2 La décomposition de Dunford

❀ Décomposition de Dunford effective par la méthode de Newton [CG18]
❀ Surjectivité de l'exponentielle matricielle [Zav13]

154. Sous-espaces stables par un endomorphisme ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

✎ *[BMP05 ; Gou09]*

1 Généralités sur les sous-espaces stables
  1.1 Sous-espaces stables et endomorphismes induits
  1.2 Lien avec la dualité
  1.3 La semi-simplicité
2 Application à la réduction des endomorphismes
  2.1 Le lemme des noyaux et critères de diagonalisabilité ou de trigonalisabilité
  2.2 Les endomorphismes cycliques et laa réduction de Frobenius
3 Stabilité et commutation
  3.1 Réduction simultanée et application à la décomposition de Dunford
  3.2 Les endomorphismes normaux

❀ Théorème de réduction de Frobenius [Gou09]
❀ Réduction des endomorphismes normaux [Gou09]

155. Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.

✎ *[BMP05 ; FGN01 ; Gou09 ; Gri11]*

1 Outils pour la réduction
  1.1 Valeurs propres et vecteurs propres
  1.2 Polynômes d'endomorphisme et polynôme caractéristique
2 Familles d'endomorphismes diagonalisables
  2.1 Codiagonalisation
  2.2 Les endomorphismes normaux
3 Décomposition de Dunford et résultats topologiques
  3.1 Décomposition de Dunford et applications
  3.2 Résultats topologiques

❀ Dénombrement des matrices diagonalisables sur un corps fini [CG18]
❀ Décomposition de Dunford effective par la méthode de Newton [CG18]

156. Exponentielles de matrices. Applications.

✎ *[Ber17 ; CG17 ; Gou09 ; Gou08 ; Rom21]*

1 L'exponentielle d'une matrice et d'un endomorphisme
  1.1 L'exponentielle comme une somme de série
  1.2 Des moyens de calcul
2 Aspects analytique de la fonction exponentielle
  2.1 Sa régularité
  2.2 Applications aux systèmes différentiels linéaires
3 Des questions d'injectivité et de surjectivité
  3.1 Injectivité et image de l'exponentielle complexe ou réelle
  3.2 Restriction à des espaces particuliers : la question du logarithme

❀ Surjectivité de l'exponentielle matricielle [Zav13]
❀ Décomposition polaire du groupe orthogonal [CG17]

157. Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

✎ *[BMP05 ; CG18 ; CG15]*

1 Endomorphismes trigonalisables
  1.1 Premières caractérisations de la trigonalisabilité
  1.2 Trigonalisation simultanée
  1.3 Propriétés topologiques
2 Endomorphismes nilpotents
  2.1 Premières caractérisations de la nilpotence
  2.2 Structure du cône nilpotent
  2.3 Liens avec les noyaux itérés
3 Application à la réduction
  3.1 La décomposition de Dunford
  3.2 Les endomorphismes cycliques
  3.3 La réduction de Jordan des endomorphismes nilpotents

❀ Cardinal du cône nilpotent [CG15]
❀ Décomposition de Dunford effective par la méthode de Newton [CG18]

158. Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.

✎ *[BMP05 ; CG18 ; Cia82 ; Gou09 ; Rom19b]*

1 Matrices et endomorphisme symétrique
  1.1 Matrices symétriques, antisymétrique et hermitienne
  1.2 Lien avec les formes quadratiques
2 La réduction des matrices symétriques réelles et ses conséquences
  2.1 Le théorème spectral et la réduction des endomorphismes normaux
  2.2 La réduction des formes quadratiques réelles
3 Les matrices symétriques en analyse
  3.1 La matrice hessienne et son utilisation en optimisation
  3.2 Des résultats de décomposition matricielle
  3.3 Norme euclidienne et recherche des valeurs propres

❀ Réduction des endomorphismes normaux [Gou09]
❀ Lemme de Morse [Rou15]

159. Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.

✎ *[IP17 ; BMP05 ; Bré83 ; Gou09]*

1 Espace dual et bidual
  1.1 Les formes linéaires et l'espace dual
  1.2 L'espace bidual et les bases anté-duales
  1.3 Continuité et forme linéaire
2 Orthogonalité et hyperplans
  2.1 L'orthogonal d'une partie
  2.2 L'application transposée d'une application linéaire
  2.3 Liens avec les hyperplans
3 Utilisation de la dualité
  3.1 Le théorème des extrema liés
  3.2 Les invariants de similitude et la réduction de Frobenius

❀ Enveloppe convexe du groupe orthogonal [IP17]
❀ Théorème de réduction de Frobenius [Gou09]

160. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).

✎ *[Aud06 ; Gou09 ; Rom21]*

1 L'adjoint d'un endomorphisme
2 Les endomorphismes orthogonaux
  2.1 Le groupe orthogonal
  2.2 Réduction des endomorphismes orthogonaux
  2.3 Notion d'angle en dimension deux
3 Les endomorphismes symétriques
  3.1 Généralités
  3.2 Le théorème spectral
  3.3 Les endomorphismes symétriques positifs et définis positifs
  3.4 Théorèmes de décomposition
4 Les endomorphismes normaux
  4.1 Généralités
  4.2 Réduction des endomorphismes normaux

❀ Décomposition polaire [CG18]
❀ Réduction des endomorphismes normaux [Gou09]

161. Distances et isométries d'un espace affine euclidien.

✎ *[Aud06 ; CG18]*

1 Espaces affines euclidiens
  1.1 Notions d'application affine, d'isométrie et de distance
  1.2 Structure générales des isométries
2 Endomorphismes orthogonaux et matrices orthogonales
  2.1 Définitions et premières propriétés
  2.2 Structure du groupe orthogonal
3 Étude des isométries en petites dimensions
  3.1 Classification en dimension deux
  3.2 Classification en dimension trois
  3.3 Isométries préservant un ensemble

❀ Générateurs du groupe des isométries [Aud06]
❀ Isométries du cube [CG18]

162. Systèmes d'équations linéaires ; opérations élémentaires, aspects algorithmiques et conséquence théoriques.

✎ *[Cia82 ; Gou09 ; Gri11 ; Per96 ; Rom21 ; FGN01]*

1 Théorie des systèmes d'équations linéaires
  1.1 Définition et reformulation matricielle
  1.2 Les systèmes de Cramer
  1.3 Le cas général
2 L'algorithme du pivot de Gauss
  2.1 Matrices échelonnées et opérations élémentaires
  2.2 La méthode pour un système de Cramer
  2.3 La méthode générale
3 Quelques décompositions matricielles et leurs applications
  3.1 Les décompositions LU et de Cholesky
  3.2 La décomposition QR et sa méthode

❀ Dimension du commutant [FGN01]
❀ Méthode QR [Cia82]

170. Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

✎ *[CG17 ; de 10 ; Gri11 ; Per96 ; Rou15]*

1 Formes bilinéaires et formes quadratiques
  1.1 Premières définitions
  1.2 Représentations matricielle et polynomiale
  1.3 Noyau, rang et déterminant
2 Orthogonalité et isotropie
  2.1 Orthogonalité
  2.2 Isotropie
  2.3 Groupe orthogonal
3 Classification des formes quadratiques
  3.1 Diagonalisation d'une forme quadratique
  3.2 Sur les corps des complexes et des réels
  3.3 Sur les corps finis

❀ Loi de réciprocité quadratique [CG17]
❀ Lemme de Morse [Rou15]

171. Formes quadratiques réelles. Coniques. Exemples et applications.

✎ *[Aud06 ; CG17 ; de 10 ; Gri11 ; Per96 ; Rou15]*

1 Formes quadratiques réelles
  1.1 Formes bilinéaires et quadratiques
  1.2 Représentations matricielle, rang et noyau
  1.3 Orthogonalité et isotropie
2 Réduction et classification
  2.1 De la réduction au théorème d'inertie de Sylvester
  2.2 Le groupe orthogonal d'une forme quadratique réelle
  2.3 L'exemple de la matrice hessienne
3 Application à la géométrie : les coniques
  3.1 Les coniques définies par des formes quadratiques
  3.2 Classification des coniques
  3.3 Leurs interprétations et définitions géométriques

❀ Décomposition polaire du groupe orthogonal [CG17]
❀ Lemme de Morse [Rou15]

181. Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.

✎ *[Aud06 ; BMP05 ; Bré83 ; CG17 ; Gou08 ; Tau00]*

1 Barycentres dans un espace affine
  1.1 Définitions et exemples
  1.2 Liens avec la structure affine
  1.3 Coordonnées barycentrique
2 Notion de convexité
  2.1 Parties convexes
  2.2 Enveloppes convexes
  2.3 Points extrémaux et théorème de Krein-Milmann
3 Application de la convexité
  3.1 Fonction convexe et optimisation
  3.2 Inégalités de convexité
  3.3 Résultats en analyse fonctionnelle

❀ Suite convergente de polygones [IP17]
❀ Enveloppe convexe du groupe orthogonal [IP17]

190. Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

✎ *[FF98 ; Cal98 ; CG15 ; CG18 ; FGN01 ; Per96 ; Sau99 ; Rom21]*

1 Les premiers outils : les méthodes ensemblistes
  1.1 Ensemble fini et cardinalité
  1.2 Arrangements et combinaisons
2 Des méthodes issus de la théorie des groupes
  2.1 Dénombrement dans les groupes
  2.2 Applications des actions de groupes
3 Méthodes algébriques : inversion et séries génératrices
  3.1 Méthode par inversion
  3.2 Séries génératrices et application aux nombres de Catalan et de Bell

❀ Loi de réciprocité quadratique [CG18]
❀ Dénombrement des polynômes irréductibles sur un corps finis [Rom21]

191. Exemples d'utilisation des techniques d'algèbre en géométrie.

✎ *[Aud06 ; CG17 ; CG18 ; Per96 ; Tau00]*

1 La géométrie affine
  1.1 Les espaces affines
  1.2 Applications et isométries d'un espace affine
  1.3 Autour des barycentres et enveloppes convexes
2 Les coniques euclidiennes et affines
  2.1 Les coniques définies par des formes quadratiques
  2.2 Classification des coniques
  2.3 Leurs interprétations et définitions géométriques
3 Construction à la règle et au compas
  3.1 Les règles de constructions
  3.2 Des outils de la théorie des corps

❀ Suite convergente de polygones [IP17]
❀ Isométries du cube [CG18]

Références bibliographiques

[AM20] Éric AMAR et Étienne MATHERON. *Analyse complexe*. 2e édition. Cassini, 2020.

[Aud06] Michèle AUDIN. *Géométrie*. EDP Sciences, 2006.

[Ber17] Florent BERTHELIN. *Équations différentielles*. Cassini, 2017.

[BL98] Philippe BARBE et Michel LEDOUX. *Probabilité*. Belin, 1998.

[BMP05] Vincent BECK, Jérôme MALICK et Gabriel PEYRÉ. *Objectif Agrégation*. 2e édition. H&K, 2005.

[Bos+17] Alin BOSTAN et al. *Algorithmes Efficaces en Calcul Formel*. 2017.

[BP12] Marc BRIANE et Gilles PAGÈS. *Théorie de l'intégration*. 5e édition. Vuibert, 2012.

[Bré83] Haïm BRÉZIS. *Analyse fonctionnelle*. 2e tirage. Masson, 1983.

[Cal06] Josette CALAIS. *Extensions de corps*. Ellipses, 2006.

[Cal98] Josette CALAIS. *Éléments de théorie des groupes*. 3e édition. Presses Universitaires de France, 1998.

[Can09] Bernard CANDELPERGHER. *Calcul intégral*. Cassini, 2009.

[CG15] Philippe CALDERO et Jérôme GERMONI. *Histoires hédonistes de groupes et de géométries*. T. Tome second. Calvage & Mounet, 2015.

[CG17] Philippe CALDERO et Jérôme GERMONI. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et de géométries*. T. Tome premier. Calvage & Mounet, 2017.

[CG18] Philippe CALDERO et Jérôme GERMONI. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et de géométries*. T. Tome second. Calvage & Mounet, 2018.

[Cia82] Philippe CIARLET. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*. 3e tirage. Masson, 1982.

[de 10] Clément DE SEGUINS-PAZZIS. *Invitation aux formes quadratiques*. Calvage & Mounet, 2010.

[Dem06] Jean-Pierre DEMAILLY. *Analyse numérique et équations différentielles*. EDP Sciences, 2006.

[Duv07] Daniel DUVERNEY. *Théorie des nombres*. Dunod, 2007.

[El 11] Mohammed EL AMRANI. *Suites et séries numériques. Suites et séries de fonctions*. Ellipses, 2011.

[FF98] Dominique FOATA et Aimé FUCHS. *Calcul des probabilités*. Seconde édition. Dunod, 1998.

[FGN01] Serge FRANCINOU, Hervé GIANELLA et Serge NICOLAS. *Exercices de mathématiques. Oraux X-ENS. Algèbre 1*. Cassini, 2001.

[FGN06] Serge FRANCINOU, Hervé GIANELLA et Serge NICOLAS. *Exercices de mathématiques. Oraux X-ENS. Algèbre 2*. Cassini, 2006.

[FGN09] Serge FRANCINOU, Hervé GIANELLA et Serge NICOLAS. *Exercices de mathématiques. Oraux X-ENS. Analyse 2*. Cassini, 2009.

[FGN12] Serge FRANCINOU, Hervé GIANELLA et Serge NICOLAS. *Exercices de mathématiques. Oraux X-ENS. Analyse 4*. Cassini, 2012.

[Gol20] François GOLSE. *Distribution, analyse de Fourier, équations aux dérivées partielles*. Les Éditions de l'École polytechnique, 2020.

[Gou08] Xavier GOURDON. *Analyse*. 2e édition. Ellipses, 2008.

[Gou09] Xavier GOURDON. *Algèbre*. 2e édition. Ellipses, 2009.

[Gri11] Joseph GRIFONE. *Algèbre linéaire*. 4e édition. Cépadués, 2011.

[Hau07] Bertrand HAUCHECORNE. *Les contre-exemples en mathématiques*. 2e édition. Ellipses, 2007.

[HL09] Francis HIRSCH et Gilles LACOMBE. *Éléments d'analyse fonctionnelle*. Dunod, 2009.

[IP17] Lucas ISENMANN et Timothée PECATTE. *L'oral à l'agrégation de mathématiques*. Ellipses, 2017.

[Mig89] Maurice MIGNOTTE. *Mathématiques pour le calcul formel*. Presses Universitaires de France, 1989.

[Ouv00] Jean-Yves OUVRARD. *Probabilité*. T. Tome II. Cassini, 2000.

[Per96] Daniel PERRIN. *Cours d'algèbre*. Ellipses, 1996.

[Que16] Hervé QUEFFELEC. *Topologie*. 5e édition. Dunod, 2016.

[QZ20] Hervé QUEFFÉLEC et Claude ZUILY. *Analyse pour l'agrégation*. 5e édition. Dunod, 2020.

[Rom19a] Jean-Étienne ROMBALDI. *Analyse matricielle*. 2e édition. EDP Sciences, 2019.

[Rom19b] Jean-Étienne ROMBALDI. *Éléments d'analyse réelle*. 2e édition. EDP Sciences, 2019.

[Rom21] Jean-Étienne ROMBALDI. *Mathématiques pour l'agrégation. Algèbre et géométrie*. 2e édition. De Boeck Supérieur, 2021.

[Rou15] François ROUVIÈRE. *Petit guide de calcul différentiel*. Quatrième édition. Cassini, 2015.

[Rud98] Walter RUDIN. *Analyse réelle et complexe*. 3e édition. Dunod, 1998.

[Sau99] Philippe SAUX PICART. *Cours de calcul formel. Algorithmes fondamentaux*. Ellipses, 1999.

[Tau00] Patrice TAUVEL. *Cours de géométrie*. Dunod, 2000.

[Tau06] Patrice TAUVEL. *Analyse complexe pour la licence 3*. Dunod, 2006.

[Ulm21] Felix ULMER. *Théorie des groupes*. 2e édition. Ellipses, 2021.

[Zav13] Maxime ZAVIDOVIQUE. *Un Max de Math*. Calvage & Mounet, 2013.