Petit guide de rédaction et de typographie à l'usage des mathématicien·ne·s

Ce document est le fruit de plusieurs années d'expérience dans l'écriture de mathématiques dactylographiées. Au fil du temps, j'ai acquis quelques réflexes dont je voulais faire part, concernant aussi bien la rédaction mathématique que les bonnes pratiques en LaTeX. Certains conseils sont bien connus : ils ne figurent ici en tant que rappels et ces derniers devraient être connus de tou·te·s — du moins, je l'espère. Certains autres sont des avis plus personnels quant à la rédaction et à la mise en page des mathématiques ; quelques points pourront être qualifiés, et à juste titre, de chipotage.

Écrire des mathématiques sur un ordinateur n'est pas la même chose que de le faire sur un papier. Là où un style plus libre — avec des sauts de ligne plus fréquent par exemple — est possible sur papier, un texte mathématique dactylographié doit être plus formaté et respecter certaines règles. Et pour cause, le texte sera destiné à être lu par un·e lecteur·ice autre que soit et il doit donc être compréhensible par une tierce personne, comme le rappel Michèle Audin [1]. Trop de livres adoptent une rédaction austère qui ne facilite pas la compréhension du contenu : je ne citerai aucun nom, mais quelque-uns me viennent immédiatement à l'esprit. À l'inverse, certaines maisons d'édition, comme Calvage & Mounet entre autres, font l'effort de bien présenter leurs ouvrages ce qui rend agréable la lecture.

Ressources

[1] Michèle Audin. *Conseils aux auteurs de textes mathématiques*. 2011. URL : `https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~funar/Audinconseils.pdf`.

[2] Matthieu Romagny. *Quelques conseils d'écriture mathématique*. 2019. URL : `https://agreg-maths.univ-rennes1.fr/documentation/redaction/ecriture_mathematique.pdf`.

Sommaire

I. Quelques règles concernant la rédaction mathématique

En premier lieu, je vais donner quelques conseils quand on écrit des mathématiques destinées à être lues. Ces derniers ne concerneront uniquement la rédaction — pas la typographie donc. Ils doivent être suivis tout le long de l'écriture d'un document, que ce soit dans les démonstrations, les définitions ou encore dans les textes explicatifs.

I.1. Structurer les preuves et utiliser des lemmes

Quand on écrit un texte destiné à être lu par une autre personne, la priorité est d'être compréhensible. Une suite de formules mathématiques n'est que très rarement digeste et il est nécessaire d'expliquer convenablement ce qu'on fait entre les diverses assertions mathématiques.

Par exemple, lors des différentes étapes d'une preuve, on doit toujours annoncer ce qu'on veut montrer par un « Montrons la propriété (P). » en début de paragraphe en indiquant ensuite comment on va procéder (par récurrence, par l'absurde, par contraposée, etc). Puis il est également utile de clore le sous-raisonnement en disant « On conclut alors la propriété (P). » Cela permet de segmenter la preuve. Il va de soi que ces bonnes manières ne sont pas obligatoires, mais elles facilitent grandement le suivi de la preuve par le·a lecteur·rice et permettent de ne pas le·a perdre à travers les arguments.

Quand une preuve est trop longue, au lieu de faire plusieurs paragraphes, on peut transformer un petit résultat de la preuve en un lemme qui tient place avant le théorème. La preuve de ce dernier y ferra alors référence. Cela permet, encore une fois, de faire ressortir la structure d'une preuve et de mettre en valeurs les arguments principaux ou remarquables.

I.2. Soyez original·e dans votre rédaction : la malédiction du « on a »

Trop de textes mathématiques se ressemblent. Les mots et le style utilisés sont bien souvent toujours les mêmes et peu de diversité apparaît dans les écrits. Pour commencer, on pense au bien connu « on a », utilisé littéralement partout dans bien des textes — soit dit en passant, on n'écrit jamais « on a que ». On pourra lui préférer d'autre formulation à condition d'être un brin imaginatif·ve.

- ✗ On a $52 \equiv 1 \mod 3$.
- ✓ Un simple calcul donne $52 \equiv 1 \mod 3$.

En plus de supprimer ces répétitions fâcheuses, c'est l'occasion de varier son vocabulaire et, comme le montre l'exemple, de rajouter des éléments d'explications. De la même façon, quand on fait appel à des théorèmes, il est très facile de supprimer cette locution.

- ✗ Soit $x \in \mathbf{F}_p^\times$ un élément inversible. D'après le théorème de Lagrange, on a $x^{p-1} = 1$.
- ✓ Soit $x \in \mathbf{F}_p^\times$ un élément inversible. Le théorème de Lagrange fournit $x^{p-1} = 1$.

Le verbe fournir n'est qu'un exemple parmi tant d'autre : on peut également utiliser les verbes induire, impliquer, donner, conclure, etc.

I.3. La préférence du littéral et l'utilisation des formules dans les titres

Limiter les expressions mathématiques en profit d'une formulation en français permet de faciliter la lecture du texte. Dans bien des cas, une formulation tout en symboles d'une propriété peut nuire à sa compréhension.

- ✗ Pour tout nombre réel x, on a $x^2 \geqslant 0$.
- ✓ Le carré d'un nombre réel est positif.

Bien sûr, ceci ne peut s'appliquer à tous les cas et, bien des fois, une formule mathématique est plus compréhensible. Rappelons également qu'aucun symbole de quantificateurs ne doit n'apparaître dans une phrase en français.

- ✗ $\forall y \in \mathbf{R}_+^*$, il existe un unique réel x tel que $e^x = y$.
- ✓ Pour tout nombre réel strictement positif y, il existe un unique réel x tel que $e^x = y$.

En outre, aucune expression mathématique ne doit figurer dans un titre de documents, parties, chapitre ou section. Il vaut mieux bannir ces dernières et j'y vois deux raisons : les titres sont souvent en police grasse (certains symboles peuvent mal passer) et les sommaires PDF ne gèrent pas les polices mathématiques.

✗ Étude des propriétés arithmétiques de $\mathbf{Z}$

✓ Étude des propriétés arithmétiques de l'anneau des entiers

I.4. Une expression mathématique ne commence jamais une phrase

Tout est dans le titre ! Le principal argument à cette règle est un souci de clarté : une phrase se finissant par un point, si une phrase commence par un symbole mathématique, alors le point de la phrase précédente est accolé à ce symbole. Cela peut donc apporter de la confusion. Pour y remédier, il convient de montre des mots avant.

✗ Montrons le point (i). p étant premier, il n'est pas décomposable.

✓ Montrons le point (i). Le nombre p étant premier, il n'est pas décomposable.

Pour les plus pointilleux·euses, on pourrait également appliquer cette règle après une virgule ou des deux-points, toujours dans un souci de clarté, afin de ne pas considérer ladite virgule ou lesdits deux-points en tant que symboles mathématiques.

✗ Pour tout ordinal α, $\alpha \cup \{\alpha\}$ ou $\bigcup \alpha$ est encore un ordinal.

✓ Pour tout ordinal α, l'ensemble $\alpha \cup \{\alpha\}$ ou $\bigcup \alpha$ est encore un ordinal.

✗ Les solutions de l'équation sont les nombres x_i, $i < N$.

✓ Les solutions de l'équation sont les nombres x_i avec $i < N$.

Dans le premier exemple, cela porte même à confusion et on voit bien ici l'importance d'intercaler le mot « ensemble ».

I.5. Éviter les répétitions lors d'une définition

Lors d'une démonstration par exemple, on est souvent amené à définir des objets et d'y faire ensuite référence. Pour faciliter la lecture, l'utilisation du symbole $\coloneqq$ est conseillé et permet d'éviter des redites dans les textes comme le montre l'exemple suivant.

✗ On note $S(\alpha) = \alpha \cup \{\alpha\}$. L'ordinal $S(\alpha)$ est appelé le successeur de l'ordinal α.

✓ L'ordinal $S(\alpha) \coloneqq \alpha \cup \{\alpha\}$ est appelé le successeur de l'ordinal α.

Ce bon usage a également l'avantage de réduire légèrement la taille du texte.

I.6. Bien nommer les objets quand on y fait référence

Toujours dans un soucis de compréhension d'un texte, il peut être utile de repréciser la nature d'un objet quand on l'appelle. Ce n'est pas nécessaire dans tous les cas, mais cela peut apporter certains renseignements.

✗ Le rayon spectral de A est noté $\rho(A)$.

✓ Le rayon spectral de la matrice A est noté $\rho(A)$.

✗ On conclut que A est bien ordonné.

✓ On conclut que l'ensemble A est bien ordonné.

Par ailleurs, cela peut être une bonne pratique quand on utilise des pronoms genrés. Par exemple, le quantificateur « pour tout » devrait être accordé avec l'objet qui suit. Et pour cela, il faut connaître le genre grammatical de ce dernier. Ainsi préciser la nature de l'objet permet d'être plus cohérent dans le choix entre, par exemple, « pour tout » ou « pour toute ».

✗ Pour tous $A \in \mathscr{M}_n(\mathbf{R})$ et $\lambda \in \mathbf{R}$, la matrice λA est définie précédemment.

✓ Pour toute matrice $A \in \mathscr{M}_n(\mathbf{R})$ et tout réel $\lambda \in \mathbf{R}$, la matrice λA est définie précédemment.

Enfin, le nom ou, du moins, la « partie principale » du nom de l'objet en question doit précéder sa notation : quelque chose de la forme « notation + nom de l'objet » n'est pas très joli. Par exemple, on ne doit jamais écrire « pour x un réel » sauf dans le cas « soit x un réel ».

✗ Pour A une partie de $\mathbf{R}$, on note $\sup A$ sa borne supérieure.

✓ Pour une partie A de $\mathbf{R}$, on note $\sup A$ sa borne supérieure.

✓ Pour une partie $A \subseteq \mathbf{R}$, on note $\sup A$ sa borne supérieure.

Personnellement, je m'autorise la dernière option, mais c'est au goût de chacun·e.

I.7. Abuser des formules centrées

Lorsqu'une formule est conséquente, il est préférable de l'extirper du texte pour la centrer et ainsi lui donner plus de place. Ceci s'applique également lorsqu'on écrit une formule importante, aussi petite soit elle.

✗ L'inégalité de Markov permet d'écrire $\mathbf{P}(X \geqslant a) \leqslant \frac{\mathbf{E}[X]}{a}$.

✓ L'inégalité de Markov permet d'écrire

$$\mathbf{P}(X \geqslant a) \leqslant \frac{\mathbf{E}[X]}{a}.$$

Les formules centrées ont aussi l'avantage de pouvoir les numéroter afin d'y faire ensuite référence.

Notons qu'une formule, centrée ou non, fait partie intégrante du texte. Par conséquent, elle est soumise au même règle de typographie que le texte et, en particulier, une formule en fin de phrase doit obligatoirement se terminer par un point.

II. Quelques éléments de typographie mathématique

Cette fois-ci, on s'attaque à des questions de typographie. L'application de ces points peut passer après les problèmes de rédaction cités plus haut, mais elle ne doit pas être négligée.

II.1. Choisir le bon style de police

Traditionnellement, les variables s'écrivent en police italique. Ceci permet de mieux différencier le texte mathématique du texte en français. En LaTeX, toute expression mathématique doit figurer entre des symboles `$` pour des formules en ligne ou entre des symboles `\[` et `\]` pour des formules centrées (ou autres environnements adéquats comme `align`).

✗ La fonction f atteint son minimum au point x.

✓ La fonction f atteint son minimum au point x.

Mais tout ne doit pas être écrit en italique et on pourra user des différentes polices que LaTeX propose. En premier lieu, on pense aux ensembles de nombres usuels qui s'écrivent avec, au choix, une police grasse ou une police ajourée [§1].

✗ L'ensemble R des nombres réels est un corps ordonné.

✓ L'ensemble $\mathbf{R}$ des nombres réels est un corps ordonné.

Ensuite, les opérateurs, contrairement aux variables, doivent être écrits en écriture droite, c'est-à-dire en police romaine. Pour créer des opérateurs facilement, on pourra utiliser le paquet `amsmath` et se référer à la commande `\DeclareMathOperator` de ce dernier.

✗ Le groupe linéaire $GL(E)$ agit transitivement sur l'espace E.

✓ Le groupe linéaire $\mathrm{GL}(E)$ agit transitivement sur l'espace E.

✗ Le noyau $Ker f$ de l'application linéaire f est trivial.

✓ Le noyau $\operatorname{Ker} f$ de l'application linéaire f est trivial.

§1. Historiquement, la police grasse en utilisée pour les ensembles de nombres usuels. La police ajourée vient du fait qu'au tableau, on peut difficilement écrire en gras.

On pensera également à l'exemple du groupe orthogonal $\mathrm{O}(n)$ dont la lettre O doit être droite, à la manière du groupe spécial orthogonal $\mathrm{SO}(n)$. Tant que nous sommes sur des exemples particuliers, parlons du groupe symétrique : ce dernier se note $\mathfrak{S}_n$ et pas $\mathcal{S}_n$ ou encore moins S_n, tout comme le groupe alterné $\mathfrak{A}_n$.

Quelques fois, on se retrouve à utiliser des lettres en indice ou en exposant pour abréger un mot. Ces lettres, n'étant pas des variables, ne doivent donc pas être en italique.

- ✗ Le groupe abélianisé G^{ab} est le quotient du groupe G par son groupe dérivé.
- ✓ Le groupe abélianisé G^{ab} est le quotient du groupe G par son groupe dérivé.
- ✗ La fonction f admet une dérivée à gauche $f'_g(a)$ du point a.
- ✓ La fonction f admet une dérivée à gauche $f'_{\mathrm{g}}(a)$ du point a.

II.2. Utiliser des espaces dans les formules centrées

Dans une expression mathématique centrée, on peut utiliser des commandes d'espacement afin d'aérer ladite formule, que ce soit pour séparer des propositions mathématiques ou, dans une formule quantifiée, pour distinguer les quantificateurs du reste de la formule.

- ✗ Les valeurs possibles pour le complexe z sont

$$z = \frac{1+i\sqrt{19}}{2} \text{ ou } z = 2.$$

- ✓ Les valeurs possibles pour le complexe z sont

$$z = \frac{1+i\sqrt{19}}{2} \qquad \text{ou} \qquad z = 2.$$

- ✗ Pour une norme, l'inégalité triangulaire est la formule

$$\forall x, y \in E, \|x+y\| \leqslant \|x\| + \|y\|.$$

- ✓ Pour une norme, l'inégalité triangulaire est la formule

$$\forall x, y \in E, \qquad \|x+y\| \leqslant \|x\| + \|y\|.$$

Ici, on a utilisé les commandes `\qquad`.

II.3. Utiliser les grandes parenthèses

Lorsque l'argument entre des délimiteurs est trop grand, il convient d'utiliser des grands délimiteurs. Mais il existe des cas où c'est contre-productif : lorsque l'argument est un tout petit peu plus grand que la normale, utiliser des grands délimiteurs n'est pas toujours la meilleure solution.

- ✗ La fonction $x \longmapsto \exp\big(-x^2/2\big)$ est décroissante sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
- ✓ La fonction $x \longmapsto \exp(-x^2/2)$ est décroissante sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
- ✗ On considère le groupe $\mathrm{Aut}\big(\mathbf{Z}/p^k\mathbf{Z}\big)$.
- ✓ On considère le groupe $\mathrm{Aut}(\mathbf{Z}/p^k\mathbf{Z})$.
- ✗ Le norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ se note $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$.
- ✓ Le norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ se note $\|\overrightarrow{AB}\|$.

Dans ces exemples, l'utilisation de grandes parenthèses n'apporte pas grand chose et il vaut mieux donc considérer la seconde option. Notons que dans le troisième exemple, les grands délimiteurs ont le désavantage de modifier l'interligne et il faut jamais le modifier pour des raisons esthétiques.

En LaTeX, quand on utilise un opérateur suivi des commandes `\left` et `\right`, il apparaît une espace entre cet opérateur et le délimiteur ouvrant. Pour un remédier, on utilise la commande `\mathopen` comme ce qui suit.

```
\cos\mathopen{}\left(\frac{\pi}{2}\right)
```

Ce code, avec ou sans la commande `\mathopen`, produit respectivement les résultats

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \qquad \text{et} \qquad \cos\mathopen{}\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

C'est un détail, mais quand on le voit, c'est horrible ! Notons que, dans la seconde version, on a accolé la parenthèse fermante et le point de la manière suivante.

```
\cos\mathopen{}\left(\frac{\pi}{2}\right)\mathclose{}.
```

Comparons !

$$\cos\mathopen{}\left(\frac{\pi}{2}\right) . \qquad \text{et} \qquad \cos\mathopen{}\left(\frac{\pi}{2}\right)\mathclose{}.$$

II.4. Écrire des intervalles

Un point crucial est l'écriture des intervalles. Quand il s'agit d'un segment $[a, b]$, il n'y a pas de soucis. Mais lorsque une des bornes est ouverte, LaTeX ne considère pas le crochet correspondant de la bonne nature (ouvrant ou fermant). Voyons plutôt sur un exemple.

- ✗ Tout réel $\theta \in]-\pi, \pi[$ vérifie l'égalité (1).
- ✓ Tout réel $\theta \in \mathopen{]}-\pi, \pi\mathclose{[}$ vérifie l'égalité (1).

Pour produire la seconde option, on utilise le code suivant, à baser de `\mathopen` et `\mathclose`.

```
\mathopen{]} -\pi, \pi \mathclose{[}
```

II.5. Utilisation des deux-points et des points de suspension

Lorsqu'on veut définir une fonction, on utilise très souvent le symbole deux-points. Cependant, on écrivant simplement `:`, ce dernier sera considéré comme un opérateur. À la place, on peut utiliser la commande `\colon`.

- ✗ La signature $\varepsilon : \mathfrak{S}_n \longrightarrow \{\pm 1\}$ est un morphisme de groupes.
- ✓ La signature $\varepsilon \colon \mathfrak{S}_n \longrightarrow \{\pm 1\}$ est un morphisme de groupes.

Dans le cas des coordonnées projectives ou des ensembles définis par extension, l'utilisation de `:` est cette fois-ci correcte.

- ✓ On définit l'ensemble $K^2 \coloneqq \{x^2 : x \in K\}$ des carrés du corps K.
- ✓ Les coordonnées projectives se notent sous la forme $[x_1 : \cdots : x_n]$

Notons que, dans le dernier exemple, des points de suspension y figurent et ces derniers doivent être écrits avec la commande `\cdots` (ou `\dots` selon les cas) et non avec les caractère `...`.

- ✗ On note ε_0 l'ordinal $\sup\{\omega, \omega^\omega, \omega^{\omega^\omega}, ...\}$.
- ✓ On note ε_0 l'ordinal $\sup\{\omega, \omega^\omega, \omega^{\omega^\omega}, \dots\}$.

II.6. Éviter les formules sur deux lignes

Une formule en ligne ne doit jamais être coupée. En particulier, la formule ne doit pas commencer sur une ligne et finir sur une autre. On peut éviter ce problème en rajoutant des mots ou en utilisant des espaces insécables par exemple.

- ✗ Pour tout réel t, la formule $|e^{it}| = 1$ permet de déduire l'identité trigonométrique $\cos^2 t +$ $\sin^2 t = 1$.
- ✓ Pour tout réel t, la formule $|e^{it}| = 1$ induit l'identité trigonométrique $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$.

Sur cet exemple, la seconde option facilite grandement la lecture.

Pour aller plus loin, on devrait même ne jamais commencer une ligne par une formule mathématique. Autrement dit, si on regarde la marge de gauche, on ne devrait y retrouver accoler que des mots. En général, cette règle n'est pas respectée et, pour cause, elle est très contraignante.

II.7. Écrire des intégrales ou des différentielles

Quand on écrit des intégrales, la lettre « d » précédant la variable d'intégration doit être séparée de l'intégrande par une petite espace. Encore une fois, la raison est la lisibilité. Si on veut, on pourra également le mettre en police romaine. Je conseille d'utiliser la commande suivante.

```
\newcommand{\dd}{\mathop{}\mathopen{}\mathrm{d}}
```

Voyons la différence.

- ✓ L'intégrale $\int_{\mathbf{R}} \cos x dx$ diverge.
- ✗ L'intégrale $\int_{\mathbf{R}} \cos x \, \mathrm{d}x$ diverge.

Cette même commande peut être utilisée pour noter les différentielles. Mais attention, plusieurs notations pour ces dernières sont possibles (comme $\mathrm{d}f(a)(h)$ ou $df(a) \cdot h$) et, dans un même document, il faut se cantonner à une même et unique notation. Cette dernière remarque vaut aussi pour toutes les notations.